

## ∽ TL spécialité Centres étrangers juin 2009 ∽

L'usage d'une calculatrice est autorisé

3 heures

Deux annexes sont à rendre avec la copie

### EXERCICE 1

**5 points**

En 2005, une enquête de l'INSEE a étudié les pratiques culturelles des français de 15 ans ou plus. Dans la population étudiée, 48,3 % des individus sont des hommes.

Selon l'enquête 52 % des hommes et 42 % des femmes déclarent n'avoir lu aucun livre au cours de l'année écoulée.

(Source : Insee, enquête permanente sur les conditions de vie, mise à jour 09/2006)

On considère, au hasard, une personne de la population étudiée par l'enquête.

On note  $F$  l'évènement « la personne est une femme » et  $L$  l'évènement « la personne a lu au moins un livre au cours de l'année écoulée ».

*Remarque :*

*Pour résoudre l'exercice, on peut s'aider d'un tableau ou d'un arbre.*

*Les résultats seront donnés sous forme décimale, éventuellement arrondis au millième.*

1. Définir par une phrase l'évènement  $\bar{L}$ , évènement contraire de  $L$  et l'évènement  $F \cap L$ , intersection des évènements  $F$  et  $L$ .
2. Déterminer la probabilité de l'évènement  $F$ , noté  $P(F)$ , et la probabilité conditionnelle de l'évènement  $\bar{L}$  sachant que  $F$  est réalisé, notée  $P_F(\bar{L})$ .
3. Calculer la probabilité de l'évènement  $F \cap L$ .
4. Montrer que la probabilité de l'évènement « la personne considérée n'a lu aucun livre au cours de l'année écoulée » est égale à 0,4683.
5. La personne considérée n'a lu aucun livre au cours de l'année écoulée. Quelle est la probabilité que cette personne soit un homme ?

### EXERCICE 2

**4 points**

**Les quatre questions de cet exercice sont indépendantes**

*Pour chaque question, trois réponses sont proposées et une seule est correcte.*

*La réponse choisie sera écrite sur la copie. Aucune justification n'est demandée.*

*Barème : Pour chaque question, la réponse rapporte un point, une absence de réponse est notée 0, une réponse fausse enlève 0,5 point. Si le total est négatif, la note est ramenée à 0.*

1	Si un nombre entier naturel $n$ admet pour diviseur 6 alors	3 divise $n$	12 divise $n$	$n$ est un multiple de 18
2	Si $n \equiv -1$ (modulo 7) alors	$n \equiv 2$ (modulo 7)	$n \equiv 8$ (modulo 7)	$n \equiv 2008$ (modulo 7)
3	Si un nombre entier naturel $n$ est pair alors	$n + 1$ est un nombre premier	en base 2, le chiffre des unités de $n$ est égal à 0	en base 3, le chiffre des unités de $n$ est égal à 0 ou 2
4	Le produit de trois nombres consécutifs est toujours	un nombre pair	un multiple de 5	un multiple de 4

**EXERCICE 3****5 points**

Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, pourra être prise en compte dans l'évaluation.

La fonction  $f$  est définie pour tout nombre réel  $x$  de l'intervalle  $[2 ; 1]$  par

$$f(x) = xe^x - 1.$$

1. Montrer que la fonction dérivée  $f'$  de la fonction  $f$  est telle que, pour tout nombre réel  $x$  de  $[-2 ; 1]$ ,  $f'(x) = e^x(1+x)$ .
2.
  - a. Étudier le signe de  $f'(x)$  pour tout réel  $x$  de  $[-2 ; 1]$ .
  - b. Dresser le tableau de variations de la fonction  $f$  sur  $[-2 ; 1]$ .
  - c. En vous appuyant sur le tableau de variations de la fonction  $f$ , justifier que, sur  $[-2 ; 1]$ , l'équation  $f(x) = 0$  admet une unique solution  $\alpha$  et que cette solution appartient à l'intervalle  $[0 ; 1]$ .
3. On considère l'algorithme suivant :

Entrée : Introduire un nombre entier naturel  $n$

Initialisation : Affecter à  $N$  la valeur  $n$ .

Affecter à  $a$  la valeur 0

Affecter à  $b$  la valeur 1.

Traitement : Tant que  $b - a > 10^{-N}$

Affecter à  $m$  la valeur  $\frac{a+b}{2}$

Affecter à  $P$  le produit  $f(a) \times f(m)$

Si  $P > 0$ , affecter à  $a$  la valeur de  $m$ .

Si  $P \leq 0$ , affecter à  $b$  la valeur  $m$ .

Sortie : Afficher  $a$

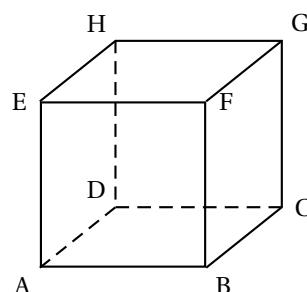
Afficher  $b$ .

- a. On a fait fonctionner cet algorithme pour  $n = 2$ . Compléter le tableau de l'annexe 1 donnant les différentes étapes.
- b. Cet algorithme détermine un encadrement de la solution  $\alpha$  de l'équation  $f(x) = 0$  sur l'intervalle  $[0 ; 1]$ . Quelle influence le nombre entier  $n$ , introduit au début de l'algorithme, a-t-il sur l'encadrement obtenu ?

**EXERCICE 4****6 points**

Le dessin en Annexe 1 représente un solide en perspective parallèle.

Il est obtenu à partir d'un parallélépipède rectangle ABCDEFGH (figure ci-dessous) dont un coin a été coupé, les points I, J et K sont les milieux respectifs des segments [AE], [EF] et [EH]. La face ABFE est un carré.



*Remarque : Pour les dessins demandés, on laissera apparents les traits de construction.*

### Partie 1

1. On coupe le solide suivant un plan Q parallèle au plan (IJK) passant le milieu du segment [KH].

On considère l'affirmation :

« L'intersection du plan Q et du plan (FGH) est la droite parallèle à (KJ) passant par M ».

Parmi les propriétés suivantes, indiquer celle qui permet de justifier cette affirmation et expliquer les raisons de ce choix.

- Propriété 1 :

Lorsque deux plans P et P' sont parallèles, tout plan qui coupe P coupe P' et les droites d'intersection sont parallèles.

- Propriété 2 :

Si une droite d est parallèle à une droite d' contenue dans un plan P alors la droite d est parallèle au plan P.

- Propriété 3 :

P et P' sont deux plans sécants suivant une droite ( $\Delta$ ). Si une droite d du plan P est parallèle à une droite d' du plan P' alors ( $\Delta$ ) est parallèle à d et à d'.

2. Construire sur la figure de l'annexe 1 la section du solide par le plan Q.

### Partie 2

Le but de cette partie est de représenter en perspective centrale le parallélépipède rectangle ABCDEFGH et la section par le plan (IJK). Les faces ABCD et EFGH sont horizontales. La face ABFE est située dans le plan frontal.

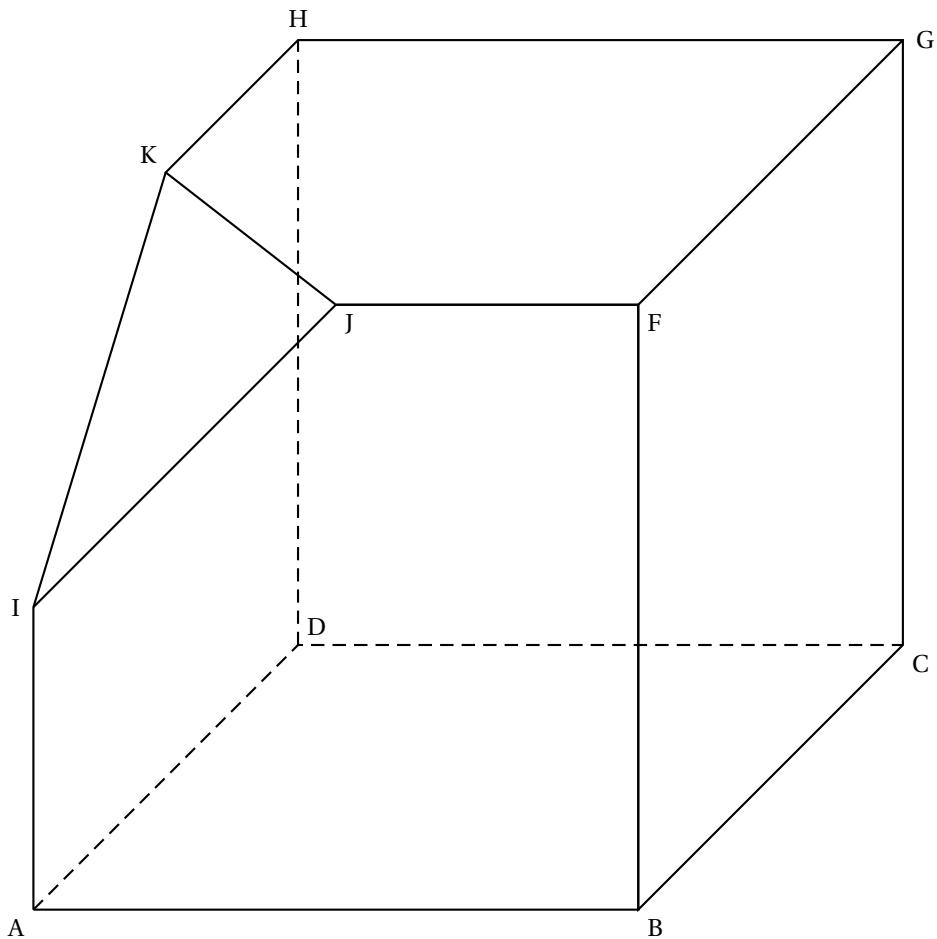
Les images des points A, B, C, ... sont notées a, b, c, ... sur le dessin en perspective centrale.

La représentation en perspective centrale est commencée en Annexe 2. La droite  $\Delta$  est la ligne d'horizon.

1. Expliquer pourquoi les droites (fg) et (bc) se coupent sur la ligne d'horizon et justifier que leur point d'intersection est le point de fuite principal.
2. Compléter sur l'Annexe 2 la représentation du parallélépipède rectangle ABCDEFGH.
3. Placer le point i, image du milieu I de [AE].
4. Construire le point k, image du milieu K de [EH].
5. Tracer l'intersection de ce parallélépipède rectangle et du plan (IJK).

**Annexe 1 (à rendre avec la copie)****Exercice 3**

	$m$	$P$	$a$	$b$	$b - a$
Initialisation			0	1	
Étape 1					
Étape 2					
Étape 3	0,625	-0,02944659	0,5	0,625	0,125
Étape 4	0,5625	0,00224498	0,5625	0,625	0,0625
Étape 5	0,59375	-0,00096045	0,5625	0,59375	0,03125
Étape 6	0,578125	-0,00039137	0,5625	0,578125	0,015625
Étape 7	0,5703125	-0,00011222	0,5625	0,5703125	0,0078125

**Exercice 3**

Annexe 2 (à rendre avec la copie)

